

今回の授業で協議したいこと

オープンな展開で、生徒は、どれほど図形に潜む角の性質を発見することができるか。

(オープンとはできるだけ生徒に自由に組み立てることを意味している。)

発見されたことがら(黒板に書かれたことがら)を束ねるための教師の介入は適切であったか。

## 第2学年3組数学科学習指導案

平成10年12月19日(土) 第2時限 第1理科室

指導者 玉置 崇

### 1 課題学習 「奇妙な図の秘密を発見しよう」

### 2 課題学習設定にあたって

新学習指導要領が12月14日に告示されたが、それによると今まで3年生で学習してきた「円」の学習が大きく削除され、中心角と円周角の関係のみが2年生で扱われるようになった。

新学習指導要領での2年生の学習の流れを考えると、三角形と四角形の学習の後、円が扱われると考えられる。そこで、三角形と四角形の学習を終えた、2年生のこの時期に「課題学習」として、中心角と円周角の学習を1時間行うことにした。

授業では、コンピュータを「性質を発見する道具・思考を助ける道具」として位置付ける。コンピュータを活用することによって、多様な場面が学習者の意図に関わらず表現され、生徒の活動が活発になると考える。したがって、追究にさいしては、あまりその方法を指示せず、生徒がコンピュータを操作する中で、授業を進めるための多くの情報を取り出すものと信じて、生徒に自由に活動させてみたい。教師はその活動を数学的に価値付けしながら、生徒の発見をまとめていくという立場をとっていきたい。

2年生のこの時期に、円を扱うことは初めてである。3年生で扱うと、学習が進んでいる生徒は、すでに円の性質について理解している場合も多く、中心角と円周角の関係に驚きを示す生徒はさほど多くない。こういう意味で、2年3組の生徒の反応が楽しみである。

### 3 目標

奇妙な図の秘密(円周角の定理)を発見することができる。

### 4 本校の研究主題との関連

<主題 自ら考え学ぼうとする意欲を育てる授業の工夫>

(本時で具現したい生徒の姿と手だて)

感情面 姿 図の秘密発見に喜ぶ姿

手だて コンピュータを、発見を手助けする道具として与える。発見したこと

がらの価値付けを教師が行う。

行動面	姿	教師が与えた図の中に潜む角の関係を記録する姿、ならびにコンピュータで発見したことがらを記録する姿
	手だて	記号化により、考えたことがらを記録しやすいように展開する。
思考面	姿	いろいろな情報を基に関連付けようとする姿
	手だて	コンピュータを、思考を援助する道具として与える

## 5 授業構想

\* 2年1組, 2組の授業(12月15日, 17日)で得た知見については、9ポイントで示している。

### < 授業前 >

- ・ 理科室の各机にノートコンピュータ12台設置。3人一組で取り組ませる。グループ分けは日ごろ授業をされている兼子先生にお任せする。授業者としては、グループ分けの仕方については特に考えはない。お互いに素直に考えが出し合えるグループであれば最高である。
- ・ マルチブック3年「円の性質を発見しよう 3ページ」を立ち上げた後、ふたをしておく。  
\* 3ページは、もともと白紙のページに資料1の図を作図したページである。ブック名を「奇妙な図の秘密を発見しよう」と設定し、マルチブックの「私の本だな」に収めておく。授業が始まる前にそれを起動させておく。
- ・ プロジェクタ設置。本日使用するマルチブックの画面提示。
- ・ ワークシート「奇妙な図の秘密を発見しよう」を各自1枚配布しておく。ワークシートには、課題となる図と、同一半径の円と中心がかかれた図を3つ、そのほか自由記述スペースを確保しておく。スペースは円の半径が変わった場合を考える生徒がいることも想定したものである。

### < 2の1、2の2の授業で得られた知見 >

ワークシートに図はそれほど必要がないことが分かった。生徒はほとんど記録しない。図を観察している時間がかなり必要なことや、発見したことの価値に気づいていないこと、見つけたことをどう表現したらよいか分からないためであるようだ。したがって、組の時にはワークシートに4つの図を描いておいたが、3組では、図は2つつけておくことにする。

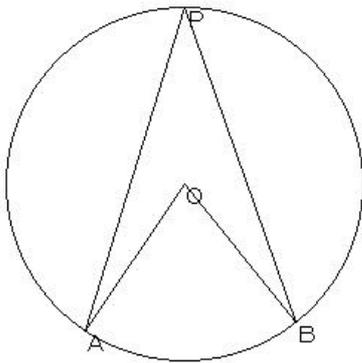
### < 授業開始 >

#### 【問題把握(9:45~9:50)】

実は、この奇妙な図の中にいろいろな秘密があるのですが、それをみんなの力でたくさん発見してみたいと思います。みなさんの発見力を信じて、授業を行いますので、がんばってください。

図の説明をする。

点Oは円の中心、点A、点B、点Pは円周上の点であることを確認する。



教材研究の中で悩んだことはかなりあるが、図の記号のつけ方についてもその一つである。くさび形に重点をおき、 $A, B, C, D$ とおくことも考えた。また、円の中心であることを注目させるために、 $O, A, B, C$ とすることも考えた。結論としては、上記のように中心角と円周角をも意識させるために、 $O, A, B, P$ とすることにした。もっとも、初めから角 $APB$ を「円周角」と呼ぶことは知らせない。授業の中で、生徒が表現に困ったり、多くの生徒が角 $APB$ に注目し始めたときに、「円周角」と呼ぶことを知らせる。したがって、この時間にまったく触れないこ

ともありうる。

4月から自分が授業をしてきている学級であれば、おそらく記号のつけ方に「おや？」と思うであろう。「おや？」と思うように、機会をとらえて指導をするからである。点 $O$ は円の中心であるので理解できるが、なぜ、点 $A, B$ ときて、次は点 $P$ なのか？「おや？」と思ってほしいのである。「玉置は何かたくらんでいるぞ！」という教師の心の内まで覗こうとする生徒が、学級に存在し始めると、授業はよりおもしろくなる。なにげなく、点 $A, B, P$ と説明し、子どもの表情を見てみたい。

<2の1、2の2の授業で得られた知見>

生徒は、記号についてはほとんど気にしない。「問題がそうなっているから、そうなのだ」という程度だと思われた。勢い込むのをさけ、軽く流すことにする。

図の説明をしたところで、問題へより接近させるために、次の発問をする。

この図の中に、どんな図形が見える？

「図をよく見なさい」という指示を上発問に置き換えたものである。自由に発言させ、雰囲気や和ませたい。

<2の1、2の2の授業で得られた知見>

1組は「四角形、円」、2組は「四角形、円、おうぎ形、半円」が出された。

次の発問は、この授業において注目させたい5つの角を絞り込むための発問である。

それでは、この図の中に角はいくつあるでしょうか。

考えてみれば、けったいな発問である。

「角はいくつあるか」この発問は、実は兼子先生とTT指導をさせていただいたときに、兼子先生が発せられた質問である。さらにその発問の元をたどると、その発問をされた前の時間に、ある生徒が、我々が提示した図を見て、「角が 個ある」と発したことにあるように思う。

生徒が発したときは、なんとも思わず、兼子先生が言われたときは、「なぜ、授業展開を混乱させるような発問をされるのだろうか」と思ったのが、正直なところである。ところが、この発問を今回の課題の図で考えてみたときに、自然に、自分が今までの指導の中で注目していなかった角(角PAO、角PBO)に目がいった。この発問で、新たな展開ができると感じたのである。「授業をしてみたい」と思わせたいのは、すべてこの発問が要因である。兼子先生がこの発問を言われなかったら、このように指導案を書くようなことはしなかったと思う。

さて、この発問に対して、生徒は次のような反応を示すであろう。

4つ、あるいは、5つ

授業では「5つである」と収めたい。

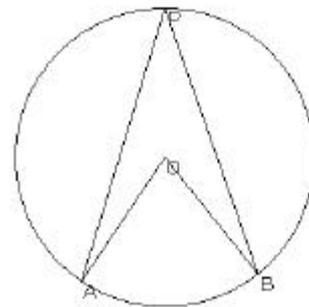
<2の1、2の2の授業で得られた知見>

1組では、角の数は、5個、8個、11個の3種類が出された。2組では、4個、5個、9個、11個、25個の5種類が出された。当初の予想が4個と5個の2つであったので、意外な反応に驚いた。

半数程度の生徒は、角は線で挟まれているところだと考えているようだ。ましてや「1つの点からひいた2つの半直線のつくる図形」という教科書の記述を記憶している生徒は皆無であった。こんな単純なことで確認する必要があることが分かった。また、授業開始草々に意見が分かれ、ちょっとした話し合いができることはかえってうれしい。なおさら、この発問は大切に扱いたいと思った。

では、ここは角ではないのか？

くどい発問であることは分かっているが、生徒の角の概念を少しゆさぶりたいという気持ちからの発問である。しかし、この発問は授業を重くしてしまう恐れがある。授業開始早々、「今日の授業はついていけそうにない！」という生徒を生み出してしまうかもしれない。明るく展開することを心がけ、重くなりそうなら、さらっと流すことにする。



<2の1、2の2の授業で得られた知見>

上記のように、このような発問をするまでもなく、ここが角だと思う生徒が多数いることが分かった。3組の生徒が、4個か5個という反応しかない場合は、「ここは角ではないのか」という発問を発したい。

【個人（グループ）追究 集団追究】（9：50～10：10）

では、この5つの角の関係を発見してもらいたと思います。こことここと、言っても言いにくいので、どうしましょうね。

時間がない中、こういった質問は時間をさらに圧迫することになるが、さらっと a , b , ... とつけてしまわないで、生徒に投げかけ、その反応を見ながら、少しでも数学のよさ（ここでは「記号化」）を伝えていきたい。

記号をつけておきましょう。a , b , c , d , p としておきましょう。  
それでは、5つの角の関係を発見してみましょう。

「発見」という表現をしているが、実際は、「気づき」という程度のものである。生徒にとっては、「発見」という言葉の方が「見つけた！」という喜びが増すかもしれないという授業者の心遣いなのだが、果たして通じるかどうか。

しばらく、時間（2分間ほど）を与える。その間に生徒の発見を机間指導のうちに把握する。どんなささいなことでも見つけたことをほめ、発表への意欲を高める。意図的に指名する生徒を掌握する。

挙手によって、発見したことをあげさせ、板書する。同様な発見をした生徒を挙手によって確認し、発表者だけが舞台上に上るようなことのないようにする。

生徒が気づいてほしい事柄は次のとおりである。

$$a + b = p , a + b + p = c , a + b + p + d = 360 , c + d = 360 , 2p = c$$

これらがすべて発表されることを期待したい。机間指導の際に、考えが行き詰まっている生徒があれば、注目する角を指し示し、一つは「発見できた」という喜びを与えたい。

<2の1、2の2の授業で得られた知見>

1組、2組とも、期待していることは出されなかった。この四角形が、円上にあるという特徴に注目して考える生徒が少ないことが分かった。

したがって、 $a + b + p = c$ 、 $a + b + p + d = 360$ 度が出てくれば良しとし、実際に角度を表示してから、再度5つの角の関係について考えさせることにする。

では、発見したことを発表してください。

挙手を優先するが、同じ生徒ばかりであったり、期待するものが出ない場合は、意図的指名を行う。

発表された事柄は板書し、その横に同じ発見をした生徒の数を挙手によって確かめ、記録をする。

それでは、発見された事柄が本当に正しいかどうか確かめたいのですが、どうすればいいでしょうか。

この発問も悩んだ発問である。期待するのは、「角度を測って確かめればいい」という反応であるが、図形教材に入ってからかなりの時間が経っているので、演繹的に考えなければいけないと思う生徒が多いかもしれない。また、発見する過程で、すでに演繹的な思考をしているので、難なく考えを発表するかもしれない。

すぐに演繹的な考えを発表し始めたら、その方向で授業を展開する。一つ一つ明らかになっている事実を基に考えを確かめ、だれもが理解できるように進めたい。ここでの理解が不十分であれば、授業後半でのオープンな展開においては、やみくもに取り組むだけに終わってしまうことになるからである。

「角度を測る」という考えが発表されたら、次のように展開する。

それでは、先生が5つの角をコンピュータで測ります。今は先生が測りますが、これからは君たちに測ってもらいますから、操作方法もよく見て覚えてください。

角APB = 41度 角PAO = 19度 角PBO = 22度

角AOB = 82度 角AOB = 272度

となりました。どうですか。発見したことは正しいことが分かりましたか。

「角を測る」ことにさいしては、別の2つの方法が思い浮かんだ。

各グループのノートコンピュータで、実際に測らせる。

各自で、ワークシートの図の角度を分度器で測らせる。

角度を測る操作をどこかで教えておきたい、ただし、この場面で実際に測定をさせると、提示の図を変形させてしまう場合がある。分度器の測定となると、測定値が一律にならず、発見された事柄を確かめるのに余分な配慮が必要であるという2点から、上記のように、教師演示、角度提示という展開をとることにした。

角を示し、正しいことが分かった上で、演繹的な押さえをしておきたい。各生徒が、「この角がこのような大きさになっていることは納得できた」と思えるように授業を展開する。生徒の反応によるところが大きい。理解できている生徒が全員に説明し、全体の理解度が高まることを願っている。反応が鈍いようであれば、同様な説明を他の生徒にもさせることを繰り返し、全体で学んでいこうという雰囲気を作り出しながら、最初の要所を乗り越えたい。

先に演繹的に話が進んだ場合においても、上記のように角を教師が測り、考えが正しいことを確かめておく。

<2の1、2の2の授業で得られた知見>

特に、この段階で2組では、指導案からかなり外れた展開となってしまった。事前に考えておい

た発問はほとんどできなかった。指導案はあくまでも案であるというような展開となってしまった。生徒の反応を予想しきれていないということである。もっとも2組と授業を行うのは初めてで、日ごとの授業での様子も把握できていないのでいたしかたないが、今までの経験だけでは、指導案が書けないということを痛感した。

【個人(グループ)追究 集団追究 まとめ】(10:10~10:35)

ここからの展開が今回の授業で、特に確かめたい部分である。

さて、みんなの力で、ものすごくいいこと、つまり、なんとなく、この奇妙な図を見ていては分からなかった秘密が見つかった。

そこでだ、さらに秘密を見つけてみたい。

ちょっと聞いてみるよ。

授業を一度束ねた後、再度オープンにするための発問である。学級全体の頑張りを認めながら、さらに追究しようとする意欲を高めるために、ゆっくりと一人一人に語り掛けるように話したい。

<2の1、2の2の授業で得られた知見>

2組では、ここまでの段階で、「四角形の内角の和」と「くさび形の内角の和と外角の関係」の2つの事柄しか出されなかった。

そこで、次のような発問を加えた。

「今まで分かったことは、円の上に四角形がなくても言えることじゃないか！いいかい、秘密と言っているんだから、もっと何か隠れているんだ。ぜひともコンピュータを使って、秘密を見つけてほしい。」

円周上に3点があることを意識させた上で、コンピュータ操作をさせようと心がけたつもりである。

したがって、3組の生徒の様子を見ながら、ここまでの段階で気づきが少なくとも、あせることなくコンピュータを活用した生徒の活動を期待することにする。

この点Pが、円周上をこうして動いたら、(画面で操作をしながら再度)、こうして動いたら、どうかな。

今、発見したことは、同じように言えるかな？

この発問が、この後の授業展開を大きく左右すると考える。

点Pを、円周上を右に少し動かし、生徒をゆさぶってみる。ただし、点Pを動かすのは、発見されたことが成立する範囲内とする。そして、点Pの動き方によっては、発見した事柄がいえなくなるのではないかと予測させたいのである。こうしたことを生徒に発言させるかどうかは、その場の雰囲気次第で決める。「言いたくてしかたがない」といった表情の生徒がいれば指名するが、無

理にこちらからは指名しない。にこにこ笑って「匂わせておく」といったところである。

<2の1、2の2の授業で得られた知見>

1、2組とも教師の演示を見てからは、すぐにでもコンピュータを操作したいという様子で、マウスやコンピュータを触り始め、集中力を失ってしまった。

再度3組では上記のように展開するつもりであるが、ここまでに出されたことがらと生徒の様子によっては、点Pを使ってゆさぶることを省くことにする。

先生は、点Pを動かしたけれど、他にも動かせる点はある。点Aが動かせる。  
この点Aが、円周上をこうして動いたらどうかな。今、発見したことは言えるかな？

オープンに活動させるための布石の発問である。点Aも点Bも動かして、規則を発見させたいという思いからの発問である。

さあ、そこでだ。これからは各グループに任せるので、点Pや点A、点Bをいろいろと動かしてみ、今言えたことがどうなるか、また、新しいことが見つからないか、時間を10分ほどあげるの、ぜひ考えてほしい。

申し訳ないが、どのグループもいろいろな点を動かしていたのでは時間がないので、今、10秒で、うちのグループはどの点を動かすか決めてもらいたい。そして、それを専門に頑張ってもらいたいと思う。いいかい、聞くよ。

本質的にはどの点を動かしてもかまわないのであるが、生徒は見通しを持つことなく操作を始めるので、動かす点のある程度制限しておきたいと考えた。この手だてによって、点の位置による性質の違いを気づきやすいと考えた。また、まったく自由に活動をさせた場合、しばらくすると、何を追究するための活動であるのかを忘れてしまい、ただなんとなく点を動かしている生徒も現れる。この指示によって防ぐことができるのではないかと思う。

終末で授業を再度束ねるためには、動かす点を点Pだけに限定したほうがいいことは承知している。今回は、あえて、点A、点Bまで動かさせ、生徒がどのようなことに気づき、どのようにまとめるのかを見てみたいという思いが強く、このような発問をすることを付記しておく。

では、点Pを動かすグループは？ 点Aを動かすグループは？ 点Bを動かすグループは？

それぞれのグループの方針を確かめ板書をする。

それぞれのグループで点を動かして追究させる時間とする。操作で困っているグループをまず支援する。次に追究の様子をつかみながら、次の集団追究の進み方を考える。

おそらく、多くのグループのまとめ方を困るであろう。ある程度様子を見た後、次のような投げかけをしておきたい。

点 が動くと、最初の場面で言えたことは、言えなくなる、言える。  
こんなことが新しく言える、というようにまとめてみてください。

このような発問をし、集団追究に備えていきたい。

この後の展開は、生徒の活動具合によるところが大きく記述しにくい、夢を抱いて、理想的な展開を書いておく。

では、調べたことを発表してもらいます。まず、点Pを動かして調べたグループからお願いします。

大人でも場合分けをしながら発表することは難しいことを承知して、初めの発表はほとんど介入しないことにしたい。どこまで発表してくれるか楽しみにしたい。

最初の発言を次の観点で価値付けした後、次の発表からは、発表途中でも適度に介入する。介入の観点は、「発言している内容の全体への理解」「発表内容の数学的な見方や考え方による価値付け」「発表の仕方の指導」の3点である。

集団追究で次のことがらに収束することを理想とする。

どんな場合でも、 $\angle APB \times 2 = \angle AOB$

\* どんな場合 = 点Pが弧ABと反対側にあることは前提とする。もし、点Pが弧ABと同じ側にあっても言えることに気づくようであれば最高である。

どんな場合でも、 $\angle APB$ が一定である。

\* どんな場合 = 点Pが弧ABと反対側にあることは前提とする。 $\angle AOB$ が一定のとき。

実際にマルチブックを操作するとよく分かっていただけが、角度表示が生徒の側からすると「なぜ？」と疑問を起こすような表示がされる。理にかなった表示であるが、ほとんどの生徒は混乱をするであろう。その中で、上記の二つのことが全体で絞り込めればと思う。

生徒が「いつでも、どんな場合でも」といった表現をしたときに、かなり突っ込んだ介入ができるはずである。成立する範囲については、見方によって大いに異なるからである。教科書において、中心角と円周角の関係を3つに分類して扱っている理由も明確になると思われる。

生徒の発言によっては、混乱をしたままチャイムが鳴ることになるだろう。授業のまとめとしては、中心角と円周角の关系到秘密が隠れていることを話し、3年生での学習で扱われることを話し、授業を終える。

<2の1、2の2の授業で得られた知見>

1組では、この集団追究の時間をあまり持たず、気づいたことをプリントに書かせ、回収する段階で終わってしまった。一人一人の気づきは少ないが、学級全体で集めると、かなりのものになることが分かった。(別紙)

2組では、生徒の発見をできるだけ話し合いに活用するために、机間指導をしながら、気づいたことがある生徒には、すぐに黒板に書くように指示した。また、同じ気づきでもかまわず書かせるようにした。多くの生徒の気づきを発表させるために、兼子先生にもお願いして回っていただいた。1組では出なかった気づきもあった。また、黒板に書かせる手だてをとったため、授業が1組よりはアクティブになり、徐々に活気が出てきた。

相変わらず時間読みが悪く、黒板に書かれたことがらをどう束ねていこうかというところで、時間切れになってしまった。3組の授業は50分授業で、1,2組より5分長いこと、前半をもう少し軽く進むことに心がけ、黒板に書かれたことがらを少しでも束ねていきたいと思う。

#### <1.2組での発見>

- ・  $p$ の角は変わらない。
- ・  $p$ が1増えると $d$ は2ふえる。
- ・  $p$ が2つで $d$ になる。
- ・  $A$ がどこにあっても、いつでも $d$ は $p$ の2倍
- ・  $a$ ,  $b$ は変わる
- ・  $AB$ を大きく開くと角がずれるときがある
- ・ 2倍にならないときがある
- ・ 直角三角形しかつくりできない。
- ・ おうぎ形 $OAB$ の範囲に入れると $p$ は $137$ 度
- ・  $p$ を動かしても、 $p$ ,  $d$ ,  $c$ は変わらない
- ・  $b$ が1増えると、 $d$ は1減る